**Định lý Master để tính độ phức tạp của các bài toán chia để trị**

Giả sử, bài toán ban đầu có kích thước đầu vào n, được giải bằng phương pháp chia để trị:

* Gọi T(n) là số phép toán cần giải cho đầu vào kích thước n, hay độ phức tạp của thuật toán.
* Giả sử bài toán ban đầu được chia thành a bài toán nhỏ (a > = 1), mỗi bài toán nhỏ có kích thước đầu vào là b (b>0).
* Gọi f(n) là khối lượng các phép toán dùng để chia và trộn các kết quả của các bài toán nhỏ

Khi đó ta có công thức truy hồi tính T(n) như sau:



Gọi k = logb a. Khi đó, ta so sánh 2 vô cùng lớn nk với f(n):

1. Trường hợp 1. Nếu, với một epsilon dương nào đó: 

tức là f(n) bị chặn trên bởi Vô cùng lớn cấp 

**f(n) là VCL cấp nhỏ hơn nk**, thì



Ví dụ 1:



Chú ý ở đây k > 1, nên chỉ cần chọn epsilon = (k-1) /2, ta có

k – epsilon = k - (k-1)/2 = (k+1)/2 > 1, **tức là f(n) = n là VCL cấp nhỏ hơn nlog2 (3)**, nên

 và 

1. Trường hợp 2. Nếu



**Tức là f(n) là vô cùng lớn cỡ nk logp n**, với p là số dương nào đó, Thì



Nghĩa là T(n) cũng là Vô cùng lớn như f(n), nhưng cao hơn một bậc của lũy thừa log n.

Ví dụ 2: Cho T(n) = 2 T(n/2) + 17n.log n

Ở đây, a = 2, b = 2, **f(n) = 17n.log n**

k = log2 2 = 1, p = 1, tức là f(n) = Ө(nk.log n)

Vậy



1. Trường hợp 3. Nếu

 và  với n lớn và c < 1.

**Tức là nk là VCL cấp thấp hơn f(n),** thì



Ví dụ 3: T(n) = 3 T(n/4) + n

a = 3, b = 4, f(n) = n.

k = log4 3 < 1. Nếu lấy epsilon = (1-k)/2, thì

k + epsilon = k + (1-k)/2 = (1+k)/2 < 1

Do đó f(n) = n = Ω(nk+epsilon), tức là f(n) bị chặn dưới bới nk+epsilon

**Một số ví dụ:**













**Bài toán chọn phần tử lớn thứ k trong danh sách gồm n phần tử so sánh được với nhau:**

* Tìm phần tử lớn nhất và nhỏ nhất O(n)
* Sắp xếp rồi tìm phần tử thứ k: O(n.log n)
* Có thể cải thiện được không?

**QuickSelect: mảng chia ba phần**

* Chọn một phần tử p làm trụ
* Các phần tử nhỏ hơn p ở mảng con bên trái L
* Các phần tử bằng p ở mảng con ở giữa M
* Các phần tử lớn hơn p ở mảng con bên phải R
* Đệ qui trên mảng con cho đến khi chứa phần tử nhỏ nhất thứ k











